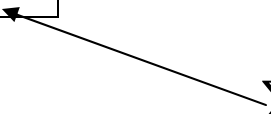
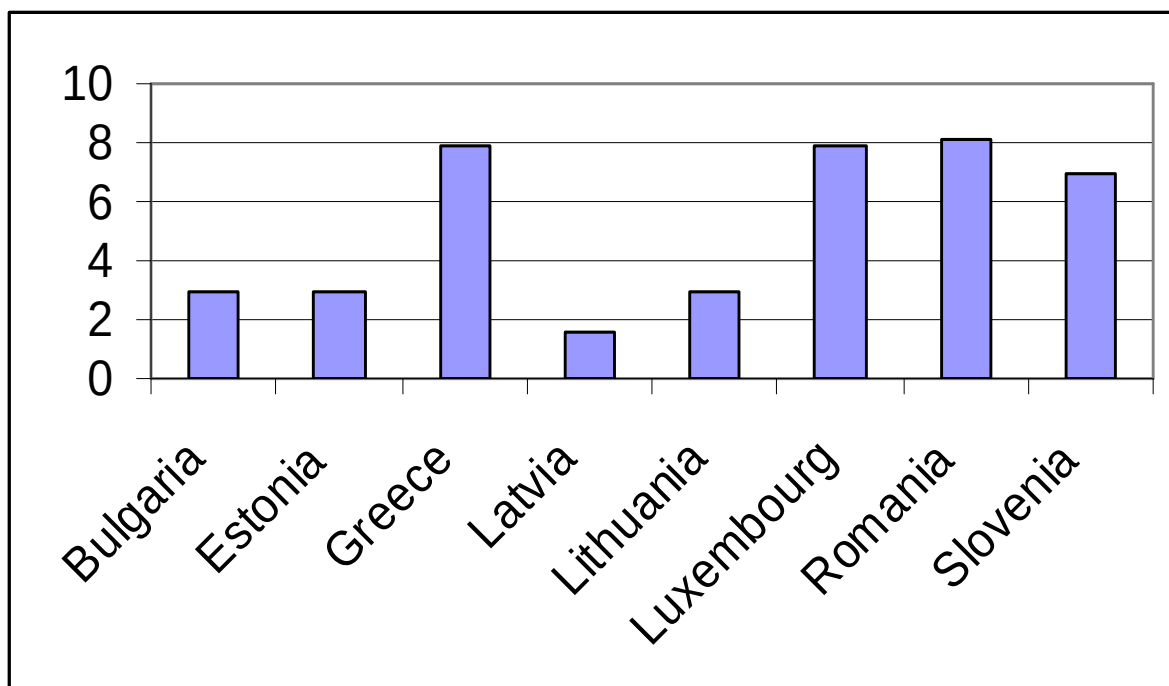


Przykład 1

Wkład (mld euro) do UE ośmiu wybranych państw w roku 2000 wynosił (p. DANE-1):

Państwo	Wkład x_i
Bulgaria	3
Estonia	3
Greece	7,9
Latvia	1,6
Lithuania	2,9
Luxembourg	7,9
Romania	8,1
Slovenia	6,9
suma	41,3

$$\sum_{i=1}^n x_i$$




Obliczymy podstawowe charakterystyki tych danych.

Liczba danych 8.

Suma danych wynosi 41,3 zatem średni wkład rozpatrywanych państw wynosi

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x} = \frac{41,3}{8} = 5,163 \text{ mld } \text{€}$$

Aby obliczyć wariancję obliczymy najpierw sumę kwadratów rozpatrywanych danych

x_i	x_i^2
3	9
3	9
7,9	62,41
1,6	2,56
2,9	8,41
7,9	62,41
8,1	65,61
6,9	47,61
suma	41,3 267,01

$$\sum_{i=1}^n x_i^2$$

Zatem korzystając ze wzoru

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2$$

obliczymy wariancję

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2 = \frac{1}{8} 267,01 - 5,163^2 = 6,725 \text{ mld } \text{€}^2$$

i odchylenie standardowe

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{6,725} = 2,593 \text{ mld } \text{€}$$

Współczynnik zmienności

$$v = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2,593}{5,163} = 0,5023 = 50,23\%$$

Odchylenie standardowe rozpatrywanych wkładów stanowi ponad 50% ich wartości średniej. Zatem zróżnicowanie względne wkładów rozpatrywanych państw **jest znaczne**.

Zakres typowych wkładów wynosi

$$[\bar{x} - s, \bar{x} + s] = [5,163 - 2,593; 5,163 + 2,593] = [2,569 \text{ mld } \text{€}; 7,756 \text{ mld } \text{€}]$$

Zauważmy, że cztery dane: 3; 3; 2,9; 6,9 (tzn. połowa) należy do tego przedziału, **są to typowe wkłady**.

Rozstęp rozpatrywanych wkładów wynosi

$$r_0 = x_{\max} - x_{\min} = 8,1 - 1,6 = 6,5 \text{ mld } \text{€}$$

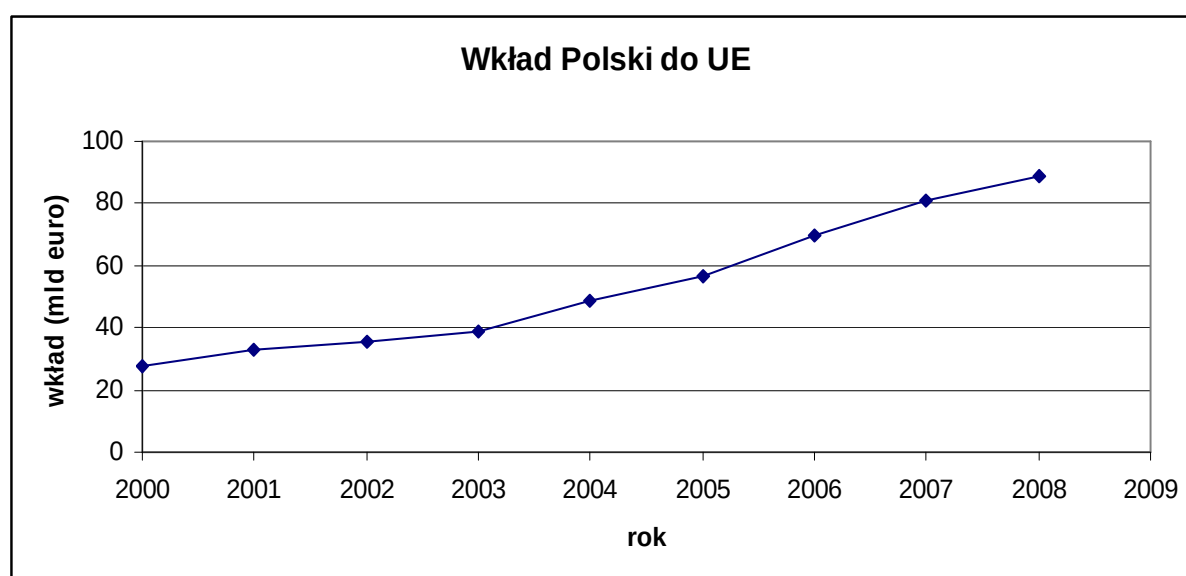
Tyle wynosi różnica między największym a najmniejszym wkładem.

Przykład 2

Wkład (mld euro) do UE Polski w latach 2000 – 2008 wynosił (p. DANE-1):

Rok	Wkład y_i
2000	27,9
2001	32,6
2002	35,3
2003	38,9
2004	48,5
2005	56,5
2006	69,7
2007	80,7
2008	88,5

Liczba danych 9.



Obliczymy indeksy **o stałej podstawie** (podstawa – rok 2000).

Dzielimy wkłady z poszczególnych lat przez wkład z roku 2000 tzn. przez 27,9.

Rok	Wkład y_i	Indeksy o stałej podstawie (podstawa 2000 rok)
2000	27,9	1
2001	32,6	1,168459
2002	35,3	1,265233
2003	38,9	1,394265
2004	48,5	1,738351
2005	56,5	2,02509
2006	69,7	2,498208
2007	80,7	2,892473
2008	88,5	3,172043

Ćwiczenie: Skomentuj otrzymane wyniki.

Obliczymy indeksy **łańcuchowe**.

Dzielimy wkłady z poszczególnych lat przez wkład z roku poprzedniego.

Dla roku 2000 taki indeks nie jest określony.

Rok	Wkład y_i	O stałej podstawie (podstawa 2000 rok)	Indeksy łańcuchowe
2000	27,9	1	
2001	32,6	1,168459	1,168459
2002	35,3	1,265233	1,082822
2003	38,9	1,394265	1,101983
2004	48,5	1,738351	1,246787
2005	56,5	2,02509	1,164948
2006	69,7	2,498208	1,233628
2007	80,7	2,892473	1,157819
2008	88,5	3,172043	1,096654

Wniosek:

W kolejnych rozpatrywanych latach następował **wzrost** wkładów Polski do UE.

Najmniejszy przyrost wkładów w stosunku do roku poprzedniego wystąpił w roku 2002 (o 8,28%).

Największy przyrost wkładów w stosunku do roku poprzedniego wystąpił w roku 2004 (o 24,68%).

Średnie tempo dynamiki:

Sposób 1. (gdy nie korzystamy z indeksów)

$$\bar{g} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[8]{\frac{88,5}{80,7}} = 1,1552$$

Sposób 2. (gdy korzystamy z indeksu o stałej podstawie)

$$\bar{g} = \sqrt[n-1]{I_{n/1}} = \sqrt[8]{3,172} = 1,1552$$

Sposób 3. (gdy korzystamy z indeksów łańcuchowych)

$$\begin{aligned}\bar{g} &= \sqrt[n-1]{I_{n/n-1} \cdot \dots \cdot I_{2/1}} = \\ &= \sqrt[8]{1,1685 \cdot 1,0828 \cdot 1,102 \cdot 1,2468 \cdot 1,1649 \cdot 1,2336 \cdot 1,1578 \cdot 1,0967} \\ &= 1,1552\end{aligned}$$

Średni wskaźnik tempa to

$$\bar{T} = \bar{g} - 1 = 1,1552 - 1 = 0,1552$$

Wniosek.

Średnio z roku na rok wkłady rosły o 15,52%.

Przybliżona **prognoza na rok 2009** wynosi 102,2 (mnożymy 88,5 przez 1,1552).

Przybliżona **prognoza na rok 2010** wynosi 118,1 (mnożymy 88,5 przez 1,1552 podniesione do kwadratu).

L.Kowalski 21.02.2010